**Система оценивания демонстрационного варианта**

**контрольных измерительных материалов по МАТЕМАТИКЕ**

**Ответы к заданиям части 1**

Каждое правильно выполненное задание части 1 оценивается 1 баллом. Задания части 1 считаются выполненными верно, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби.



**Ответы к заданиям части 2**

****

**Решения и критерии оценивания заданий части 2**

Количество баллов, выставляемых за выполнение заданий части 2 зависит от полноты решения и правильности ответа. Общие требования к выполнению заданий с развёрнутым ответом: решение должно быть математически грамотным, полным, в частности, все возможные случаи должны быть рассмотрены. Методы решения, формы его записи и формы записи ответа могут быть разными. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное число баллов. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов.

Эксперты проверяют только математическое содержание представленного решения, а особенности записи не учитывают. В критериях оценивания конкретных заданий содержатся общие требования к выставлению баллов. При выполнении задания можно использовать без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках и учебных пособиях, входящих в перечень учебников, рекомендованных (допущенных) Министерством просвещения ПМР.



|  |
| --- |
| **С1** |

*а)* Решите уравнение

 2

 *б)* Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку

**Решение:**

****

****

*Другие решения пункта б)*

Корни, принадлежащие промежутку , отберем по графику y = sin x .

Прямая y = 0 (ось Ox ) пересекает график в единственной точке (−2π; 0), абсцисса

которой принадлежит промежутку



Прямая 1 пересекает график ровно в двух точках, абсциссы которых

 принадлежат (см. рис.). Так как период функции y = sin x равен 2π , то



эти абсциссы равны, соответственно,



− =− .

В промежутке 5π ; π

2

⎡− − ⎞⎢ ⎟ ⎣ ⎠

содержатся три корня: 2π, 11π , 7π

В промежутке содержатся три корня:

б) Пусть x = πn, n∈ Z. Подставляя n = ...− 3, − 2, −1, 0, 1, 2, ..., получаем

x = ...− 3π,− 2π, − π, 0, π, 2π, .... Промежутку принадлежит только x = −2π .



Пусть ( 1) π π , Подставляя k = ...− 3, − 2, −1, 0, 1, 2, ... , получаем:

.



Промежутку принадлежат только



Промежутку принадлежат корни:



б) Отберем корни, принадлежащие промежутку



Пусть x = πn, n∈Z. Тогда



Корень, принадлежащий промежутку 5π ; π ; х=-2 π.



Пусть Тогда



Корень, принадлежащий промежутку



Пусть Тогда

.

Корень, принадлежащий промежутку :



Промежутку принадлежат корни:

|  |  |
| --- | --- |
| Содержание критерия | Баллы |
| Обоснованно получены верные ответы в п. *а)* и в п. *б)* | 2 |
| Обоснованно получен верный ответ в п. *а)*, но обоснование отбора корней в п. *б)* не приведено или задача в п. *а)* обоснованно сведена к исследованию простейших тригонометрических уравнений без предъявления верного ответа, а в п. *б)* приведен обоснованный отбор корней | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше | 0 |
| *Максимальный балл* | 2 |

|  |
| --- |
| **СС2** |

Сторона основания правильной треугольной призмы *ABCA*1*B*1*C*1 равна 2, а диагональ боковой грани равна√5. Найдите угол между плоскостью *A*1*BC* и плоскостью основания призмы.

**Решение.**

Обозначим *H* середину ребра *BC* (см. рисунок). Так как треугольник *ABC* равносторонний, а треугольник *A*1*BC* – равнобедренный, отрезки *AH* и *A*1*H* перпендикулярны *BC* . Следовательно, ∠*A*1*HA* – линейный угол двугранного угла с гранями *BCA* и *BCA*.

Из треугольника *A*1*AB* найдём: *AA*1 = 1.

Из треугольника *AHB* найдём: *AH* = √3 .

Из треугольника *HAA*1 найдём:



Искомый угол равен 30° .

**Ответ:** 30° .

**Возможны другие формы записи ответа.** Например:



**Возможны другие решения.** Например, с использованием векторов или метода координат.

|  |  |
| --- | --- |
| Содержание критерия | Баллы |
| Обоснованно получены верные ответы  | 2 |
| Решение содержит обоснованный переход к планиметрической задаче, но получен неверный ответ, или решение не закончено, или при правильном ответе решение недостаточно обосновано | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше | 0 |
| *Максимальный балл* | 2 |



|  |
| --- |
| **СС3** |

Решите систему неравенств

**Решение.**

1. Неравенство **4*x* ≤ 9 ⋅ 2*x* + 22** запишем в виде

Относительно *t* = 2*x* неравенство имеет вид: *t*2 − 9*t* − 22 ≤ 0 , откуда получаем:

(*t* + 2)(*t* −11) ≤ 0 , −2 ≤ *t* ≤11. Значит, −2 ≤ 2*x* ≤11, *x* ≤ log211.

2. Второе неравенство системы определено при

то есть при *x* < −1 и *x* > 2.

При допустимых значениях переменной получаем:



С учётом области допустимых значений переменной получаем решение второго неравенства системы: 2 < *x* ≤ 2 + √3 .

3. Сравним log211 и 2 + √3 . Так как √3 > √2,25 =1,5, то

2 + √3 > 3,5 = log2 (8⋅√ 2) > log2 (8⋅1,4) = log2( 11,2 ) > log211,

следовательно, log211< 2 + √3 .

Решение системы неравенств: ( 2; log211] . **Ответ:** ( 2; log211].

|  |  |
| --- | --- |
| Содержание критерия | Баллы |
| Обоснованно получен верный ответ  | 3 |
| Для обоих неравенств системы обоснованно получены верные ответы, но не проведено обоснованного сравнения значений конечных точек найденных промежутков | 2 |
| Для одного из двух неравенств системы обоснованно получен верный ответ | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше | 0 |
| *Максимальный балл* | 3 |

**Комментарий.** Если обоснованно получены оба ответа: *x* ≤ log211 и 2 < *x* ≤ 2 + √3 , после чего лишь **сказано**, но никак не обосновано, что log211< 2 + √3 , то такое решение оценивается в 2 балла.

|  |
| --- |
| **СС4** |

На стороне *BA* угла *ABC* , равного 300 , взята такая точка *D*, что *AD* = 2 и *BD* =1. Найдите радиус окружности, проходящей через точки *A*, *D* и касающейся прямой *BC*.

**Решение.**

Центр *O* искомой окружности принадлежит серединному перпендикуляру к отрезку *AD*. Обозначим *P* середину отрезка *AD*, *Q* –основание перпендикуляра, опущенного из точки *O* на прямую *BC*, *E –*точку пересечения серединного перпендикуляра с прямой *BC* (см.рисунок а). Из условия касания окружности и прямой *BC* следует, что отрезки *OA*, *OD* и *OQ* равны радиусу *R* окружности.

Заметим, что точка *O* не может лежать по ту же сторону от прямой *AB*, что и точка *E*, так как в этом случае расстояние от точки *O* до прямой *BC* меньше, чем расстояние от неё до точки *A*. Из прямоугольного треугольника *BPE* с катетом *BP =* 2 и ∠*B* = 30°находим, что

**

*PE =*

Так как *OA = R* и *AP* =1, получаем: , следовательно,

Из прямоугольного треугольника *OQE*, в котором ∠*E* = 60°, находим:



В результате получаем уравнение:

Возведём в квадрат обе части этого уравнения и приведём подобные члены. Получим уравнение *R*2 – 8*R +* 7 = 0, решая которое находим два корня: *R*1 = 1, *R*2 = 7. Если радиус равен 1, то центром окружности является точка *Р* (см. рисунок б). 

**Ответ:** 1 или 7.

**Другое решение.**

Пусть точка *Q* касания окружности с прямой *BC* лежит на луче *BC* (см. рисунок а). По теореме о касательной и секущей *BQ*2 = *BA*⋅ *BD* = (*BD* + *DA*)⋅ *BD* = (1+ 2)⋅1= 3,

откуда *BQ* = √3 .

Пусть *O* – точка пересечения луча *BA* и перпендикуляра к *BC*, проведённого через точку *Q* . Из прямоугольного треугольника *BQO* находим:



Таким образом, точка *O* удалена от точек *A*, *D* и *Q* на одно и то же расстояние, равное 1. Следовательно, *O* – центр искомой окружности, а её радиус равен 1

Пусть теперь точка *Q* касания окружности с прямой *BC* лежит на продолжении *BC* за точку *B* (см. рисунок б), а прямая, проходящая через точку *Q* перпендикулярно *BC* , пересекает прямую *AB* в точке *H* , а окружность вторично – в точке *T* . Тогда



Если *R* – радиус окружности, то *QT* = 2*R* . По теореме о двух секущих *HQ*⋅*HT* = *HA*⋅*HD*, то есть 1⋅ (1+ 2*R*) = (2 + 3)⋅3, откуда находим, что *R* = 7 .



**Ответ:** 1 или 7.

**Возможны другие формы записи ответа.** Например:

А) 1, 7;

Б) радиус окружности равен 7 или 1.

|  |  |
| --- | --- |
| Содержание критерия | Баллы |
| Обоснованно получен верный ответ  | 3 |
| Рассмотрена хотя бы одна возможная геометрическая конфигурация, для которой получено правильное значение искомой величины, или рассмотрены обе конфигурации, для которых получены значения искомой величины, неправильные из-за арифметических ошибок | 2 |
| Рассмотрена хотя бы одна возможная геометрическая конфигурация, для которой получено значение искомой величины, неправильное из-за арифметической ошибки | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше | 0 |
| *Максимальный балл* | 3 |

|  |
| --- |
| **СС5** |

Найдите все значения *a* , при каждом из которых наименьшее значение функции *f* (*x*) = 2*ax* + | *x*2 − 8*x* + 7 | больше 1.

**Решение.**

1. Функция *f* имеет вид:

a) при *x*2 − 8*x* + 7 ≥ 0: *f* (*x*) = *x*2 + 2(*a* − 4)*x* + 7 , а её график есть две части параболы с ветвями, направленными вверх, и осью симметрии *x* = 4 − *a* ;

б) при *x*2 − 8*x* + 7 < 0: *f* (*x*) = − *x*2 + (2*a* + 8)*x* − 7 , а её график есть часть параболы с ветвями, направленными вниз.

Все возможные виды графика функции *f* (*x*) показаны на рисунках:





2. Наименьшее значение функция *f* (*x*) может принять только в точках *x* = 1 или *x* = 7, а если 4 − *a*∉[1; 7] – то в точке *x* = 4 − *a* .

3. Наименьшее значение функции *f* больше 1 тогда и только тогда, когда



|  |  |
| --- | --- |
| Содержание критерия | Баллы |
| Обоснованно получен верный ответ  | 4 |
| Получен верный ответ. Решение в целом верное, но либо имеет пробелы (например, не описаны необходимые свойства функции), либо содержит вычислительные ошибки | 3 |
| Верно рассмотрены все случаи раскрытия модулей. При составлении или решении условий на параметр допущены ошибки, в результате которых в ответе либо приобретены посторонние значения, либо часть верных значений потеряна | 2 |
| Хотя бы в одном из случаев раскрытия модуля составлено верное условие на параметр либо построен верный эскиз графика функции в целом | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше | 0 |
| *Максимальный балл* | 4 |

|  |
| --- |
| **СС6** |

На доске написано более 40, но менее 48 целых чисел. Среднее арифметическое этих чисел равно 3 − , среднее арифметическое всех положительных из них равно 4, а среднее арифметическое всех отрицательных из них равно −8.

а) Сколько чисел написано на доске?

б) Каких чисел написано больше: положительных или отрицательных?

в) Какое наибольшее количество положительных чисел может быть среди них?

**Решение.**

Пусть среди написанных чисел *k* положительных, *l* отрицательных и *m* нулей. Сумма набора чисел равна количеству чисел в этом наборе, умноженному на его среднее арифметическое, поэтому 4*k* −8*l* + 0⋅*m* = −3(*k* + *l* + *m*) .

а) Заметим, что в левой части приведённого выше равенства каждое слагаемое делится на 4, поэтому *k* + *l* + *m* — количество целых чисел — делится на 4. По условию

40 < *k* + *l* + *m* < 48, поэтому *k* + *l* + *m* = 44 . Таким образом, написано 44 числа.

б) Приведём равенство 4*k* −8*l* = −3(*k* + *l* + *m*) к виду 5*l* = 7*k* + 3*m* . Так как *m* ≥ 0 , получаем, что 5*l* ≥ 7*k* , откуда *l* > *k* . Следовательно, отрицательных чисел больше, чем положительных.

Воценка) Подставим *k* + *l* + *m* = 44 в правую часть равенства 4*k* −8*l* = −3(*k* + *l* + *m*): 4*k* − 8*l* = −132 , откуда *k* = 2*l* − 33. Так как *k* + *l* ≤ 44 , получаем: 3*l* − 33 ≤ 44, 3*l* ≤ 77, *l* ≤ 25, *k* = 2*l* − 33 ≤17; то есть положительных чисел не более 17.

Впример) Приведём пример, когда положительных чисел ровно 17. Пусть на доске 17 раз написано число 4, 25 раз написано число −8 и два раза написан 0. Тогда



указанный набор удовлетворяет всем условиям задачи.

**Ответ:** а) 44; б) отрицательных; в) 17.

|  |  |
| --- | --- |
| Содержание критерия | Баллы |
| Верно выполнены: а), б), Впример), Воценка) | 4 |
| Верно выполнены три пункта из четырёх: а), б), Впример), Воценка) | 3 |
| Верно выполнены два пункта из четырёх: а), б), Впример), Воценка) | 2 |
| Верно выполнен один пункт из четырёх: а), б), Впример), Воценка) | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев,перечисленных выше | 0 |
| *Максимальный балл* | 4 |